

УДК 629.463.125

**Д.Н. Никитин**

Одесская национальная академия пищевых технологий,  
Учебно-научный институт холода, криотехнологий и экоэнергетики им. В.С. Мартыновского,  
ул. Дворянская, 1/3, г. Одесса, 65082

## ВЛИЯНИЕ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В КОНСТРУКТАЛЬНЫХ СРЕДАХ

*Рассмотрено влияние наноструктурированных материалов на интенсификацию теплообмена в системах охлаждения электронного оборудования. Критерий проектирования использует концепцию конструкталов для минимизации длины теплопроводящих путей в заданном объеме пространства, который не несет функциональной нагрузки. В работе дана оценка эффективности охлаждения источников тепловыделения сетями микроканалов с древовидной структурой. Обсуждаются возможности дальнейшего роста коэффициента теплопередачи за счет применения нанофлюидов. Для более точных расчетов полей температур в древовидных транспортных сетях с наноструктурированными материалами использованы методы компьютерной флюидной динамики.*

**Ключевые слова:** Наноструктурированные материалы – Конструктальные среды – Нанофлюиды – Коэффициент теплопередачи – Микроканалы

*The influence of nanostructured materials on heat transfer enhancement in cooling systems of electronic equipment is considered. Design criterion based on the constructal conception of heat conducting paths minimization at given space domain is applied. The cooling performance assessment of a microchannel heat sink with dendritic structure is given. Further enhancement of heat transfer coefficient initiated by nanofluid application is discussed. To evaluate temperature fields in dendritic transport networks with nanostructured materials more accurately computer fluid dynamics methods are used.*

**Keywords:** Nanostructured materials – Constructal media – Nanofluids – Heat transfer coefficient – Microchannels

### I. ВВЕДЕНИЕ

Существует множество подходов к совершенствованию технологий охлаждения электронного оборудования, которые в той или иной степени реализуют два основных направления [1–5]. Первое направление связано с поиском такой оптимальной геометрии каналов охлаждающих устройств, при которой достигается максимальная холодопроизводительность. Второе направление связано с уменьшением характеристической длины каналов –  $L$ , и, соответственно, увеличением коэффициента теплопередачи

$$h = \frac{\lambda Nu}{L}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – теплопроводность хладагента,  $Nu$  – число Нуссельта.

Наиболее эффективной стратегией реализации первых двух направлений является создание теплопроводящих путей, структура которых подобна структуре биологических систем транспорта энергии и массы, сформировавшихся в процессе эволюции. Концепция конструктальных сред, развитая в работах А. Бежана [6 – 9], опирается на

сетевые представления древовидных структур, которые имитируют биологические системы.

Появление нового класса хладагентов, в которых используются добавки наноструктурированных материалов с аномально высокой теплопроводностью, открывает возможность интенсификации теплопередачи за счет прямой пропорциональности между  $\lambda$  и  $h$  в уравнении (1). Нанофлюиды открывают третье направление [10–16] в поиске новых путей совершенствования процессов теплоты в электронных устройствах. В ряде работ [17] – [21] получены экспериментальные доказательства значительного увеличения коэффициента теплопередачи в потоках нанофлюидов по сравнению с обычными теплоносителями. Факторы, влияющие на интенсификацию теплообмена – числа Рейнольдса и Пекле, размер и форма наночастиц.

Особый интерес представляет сочетание указанных направлений, в которых проявляются синергетические эффекты. В настоящей работе мы исследуем возможности повышения эффективности систем охлаждения как за счет минимизации теплопроводящих путей в заданном объеме пространства, так и использования нанофлюидов.

Цель настоящей работы – оценить влияние добавок наноструктурированных материалов к

охлаждающим жидкостям в древовидных транспортных сетях (конструктивных средах), интегрированных в кремниевые подложки электронных устройств.

## II. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОТВОДА ТЕПЛОТЫ В КОНСТРУКТИВНЫХ СРЕДАХ

Задача охлаждения современных MEMS устройств заключается в нахождении компромисса между стремлением сосредоточить в минимальном объеме максимальное количество элементов, генерирующих тепловые потоки, и необходимостью поддерживать заданный уровень температуры, чтобы обеспечить надежное функционирование изделия на протяжении его жизненного цикла.

Рассмотрим задачу охлаждения некоторого конечного объема -  $V$ , в котором размещены электронные компоненты, генерирующие потоки теплоты в каждой точке. Цель проектирования – разработать систему охлаждения со стоком  $q_0$ , находящимся на границе, которая поддерживает требуемый уровень температур за счет оптимального распределения теплопроводящих путей. Предполагается, что проводимость каналов отвода теплоты  $k_p$  значительно выше проводимости  $k_0$  распределенного источника тепловыделения. Впервые решение такого рода задачи для двумерного случая было получено на основе представлений теории конструкталов в работе [9]. Гипотетическая древовидная структура теплопроводящих путей, предложенная Бежаном [7], [8] (рисунок 1), является одним из возможных способов оптимального охлаждения объектов, генерирующих потоки теплоты в заданном конечном объеме.

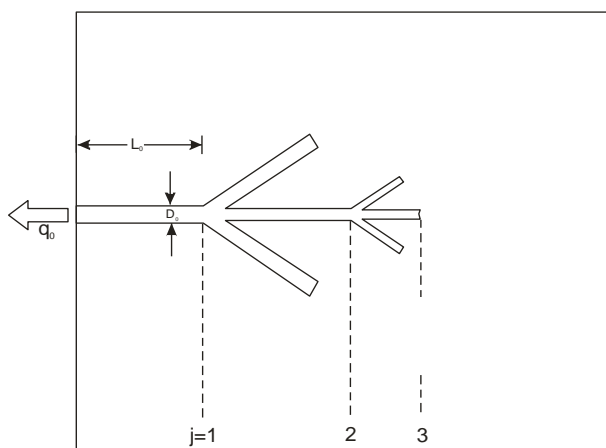


Рисунок 1 – Геометрическая структура древовидных каналов с минимальным термическим сопротивлением [7]

Если рассмотреть предельный случай, когда сеть теплопроводящих элементов охватывает всю теплогенерирующую поверхность (т.е., когда линии, размерность которых равна единице, полностью покрывают плоскость размерности  $D = 2$ ), то можно прийти к выводу, что реальное решение

задачи следует искать для случая дробной размерности  $1 \leq D \leq 2$ . Сети, составленные из набора микроканалов, являются фрактальными. Сеть микроканалов рассматривается как система связей (теплопроводящих путей), расположение которых определяет ее конфигурацию (структуру). На рис. 1 изображена возможная структура каналов, обладающая минимальным сопротивлением.

## III. ОСНОВНЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДРЕВОВИДНЫХ МИКРОКАНАЛОВ

Один из возможных путей генерации сети выглядит следующим образом. Будем считать, что каждый канал делится на две ветви ( $N = 2$ ) (рисунок 2).

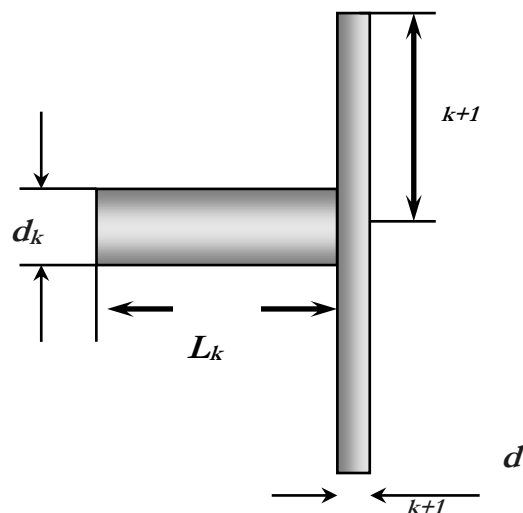


Рисунок 2 – Бифуркация канала

Механизм образования ветвей дерева базируется на свойстве самоподобия и, в результате, сеть, которая образуется в результате применения операции самоподобия, начинает заполнять пространство и, соответственно, увеличивать площадь поперечного сечения.

Если определить соотношение между длинами предыдущего и последующего каналов как  $\gamma = \frac{L_{k+1}}{L_k}$ , то для произвольного  $k$  – уровня из условия самоподобия следует аллометрическое уравнение

$$L_k = L_0 \gamma^k \quad (2)$$

Определение фрактальной размерности древовидных каналов [10]  $N = \gamma^{-D}$  позволяет связать отношение длин каналов данного и последующего уровней ветвления  $\gamma$ :

$$\gamma = N^{-\frac{1}{D}} \quad (3)$$

где  $N$  - число ветвей, на которое раздваивается простой канал. Используя аналогию с соотношением гидравлических диаметров каналов до и после бифуркации для ботанических деревьев [10],  $d_k^\Delta = Nd_{k+1}^\Delta$ , получим

$$N = \left( \frac{d_{k+1}}{d_k} \right)^{-\Delta} = \beta^{-\Delta} \quad (3.2a) \quad (4)$$

Отношение гидравлических диаметров –  $\beta$  позволяет связать обобщенную характеристику древовидной структуры, ее фрактальную размерность –  $\Delta$  с аллометрическим уравнением для диаметров каналов:

$$d_k = d_0 \beta^k \quad (5)$$

Уравнения (3) и (5) являются базой для генерации древовидной структуры каналов системы терморегулирования. Управление фрактальной размерностью для заданного числа уровней ветвления, т.е управление длинами и диаметрами каналов, приводит к заполнению пространства кремниевой подложки сетью микроканалов. Для построения моделей переноса теплоты необходима информация о коэффициентах вязкости и теплопроводности охлаждающих жидкостей – нанофлюидов.

#### IV. ВЯЗКОСТЬ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ НАНОФЛЮИДОВ

Существующие модели условно можно разбить на две группы: статические модели, в которых наночастицы рассматриваются как стационарные объекты, распределенные в базисной жидкости (т.н. модели Максвелла), и динамические модели, где наночастицы хаотично движутся в жидкости и обеспечивают перенос энергии, инициирующий аномальный рост коэффициента теплопроводности. В таблице 1 ретроспективно представлены наиболее известные оценки коэффициента теплопроводности нанофлюидов.

Для чистых однокомпонентных жидкостей теплопроводность описывается законом Фурье. Для нанофлюидов, которые представляют многокомпонентную систему, необходимо учесть не только температурные градиенты, но и градиенты концентраций или других внешних сил:

$$\vec{J}_i = \sum_{k=1}^N L_{ik} \vec{X}_k \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (6)$$

где поток теплоты  $J_i$  выражается через обобщенные силы  $X_k$  и феноменологические коэффициенты  $L_{ik}$ , характеризующие проводимость системы по отношению к потоку  $J_i$ .

Таблица 1 – Модели теплопроводности нанофлюидов

| Модели   | Лит-ра   |
|--|----------|
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ \frac{1 + 2V_n((1 - (\lambda_f / \lambda_n)) / (2(\lambda_f / \lambda_n) + 1))}{1 - V_n((1 - (\lambda_f / \lambda_n)) / ((\lambda_f / \lambda_n) + 1))} \right]$                          | [22]     |
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ \frac{(n-1)\lambda_f + \lambda_n - V_n(n-1)(\lambda_f - \lambda_n)}{(n-1)\lambda_f + \lambda_n - V_n(\lambda_f - \lambda_n)} \right]$   | [23]     |
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ \frac{\lambda_f + 2\lambda_n + 2V_n(\lambda_f - \lambda_n)}{\lambda_f + 2\lambda_n - V_n(\lambda_f - \lambda_n)} \right] + V_n \frac{\rho_n C_p}{2\lambda_f} \sqrt{\frac{2kT}{3d_n \mu}}$ | [24]     |
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ (1 - V_n) + V_n \frac{\beta \lambda_n}{\lambda_f} + 3C_\alpha \frac{d_f}{d_n} \right] Re_{d_n}^2 Pr V_n, \quad \beta = 0.01$  | [25]     |
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ 1 + C_p \left( \frac{2kT}{\pi d_n^2} \right) \right] V_n \frac{d_f}{\lambda_f (1 - V_n) d_n}$   | [26]     |
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ 1 + C_\gamma Re^m Pr^{0.333} V_n \right] + \frac{(\lambda_n + 2\lambda_f) + 2V_n(\lambda_n - \lambda_f)}{(\lambda_n + 2\lambda_f) - V_n(\lambda_n - \lambda_f)}$                          | [27, 28] |
| $\lambda_{nf} = \lambda_f \left[ 1 + \frac{\lambda_n \pi}{\lambda_f} \left( \frac{6f}{\pi} \right)^{0.333} \left( 6 + \frac{\alpha \pi d_n}{C_\delta 2kT} \right)^{-1} \right]$  | [29]     |

Здесь  $V_n$  – объемная доля нанофлюида в теплоносителе; индексы  $nf$ ,  $f$  и  $n$  отвечают коэффициентам теплопроводности нанофлюида, базисной жидкости и наночастиц, соответственно;  $C_j$  – эмпирические константы.

К негативным факторам влияния наночастиц на свойства теплоносителей следует отнести увеличение вязкости. Этот эффект способствует увеличению затрат энергии на прокачку охлаждающих жидкостей. Вязкость – одна из важнейших характеристик, определяющих конвективный теплообмен в наножидкостях. В основе теоретических моделей вязкости наножидков лежит классическая работа А. Эйнштейна [30] о вязкости суспензий невзаимодействующих твердых сфер, которая уточнялась большим числом исследователей за счет учета эффектов несферичности [31–41]. Формула Эйнштейна справедлива для низких объемных концентраций наночастиц менее 2%. Наиболее цитируемое обобщение формулы Эйнштейна было сделано Brinkman [31], которое справедливо для умеренных объемных концентраций. Учет броуновского движения наночастиц на-

ряду с гидродинамическими эффектами был выполнен Batchelor [35]. Характерная черта указанных зависимостей – асимптотическое поведение при низких концентрациях, совпадающее с формулой Эйнштейна. В литературе отсутствует единый подход к расчету вязкости наножидков, учитывающий влияние температуры, размера и объемной концентрации наночастиц. Обзоры Ghadimi с сотр. [42], Daungthongsuk и Wongwises [43] и Keblinski [44] акцентируют внимание на вязкости наножидков с точки зрения процессов конвективного теплообмена; Das с сотр. [45], Murshed с сотр. [46] более подробно изучали влияние концентрации наночастиц.

В таблице 2 приведены основные зависимости, которые обычно используют для предсказания вязкости наножидков.

**Таблица 2** – Модели вязкости наножидков

| Модели  | Лит-ра |
|---|--------|
| $\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5V_n)$   | [30]   |
| $\mu_{nf} = \mu_f (1 - V_n)^{2.5}$  | [31]   |
| $\mu_{nf} = \mu_f (1 - V_{na}/V_n)^{2.5V_n}, V_{na} = V(a_c/a)^{3-D}$                               | [32]   |
| $\mu_{nf} = \mu_f 1.125 \left[ \frac{(V_n/V_m)^{\frac{1}{3}}}{1 - (V_n/V_m)^{\frac{1}{3}}} \right]$ | [33]   |
| $\mu_{nf} = \mu_f \frac{1}{1 - 2.5V_n}$   | [34]   |
| $\mu_{nf} = \mu_f [1 + 2.5V_n + 6.25V_n^2]$   | [35]   |

## V. ВЛИЯНИЕ НАНОЧАСТИЦ НА ПЕРЕНОС ТЕПЛОТЫ В МИКРОКАНАЛАХ

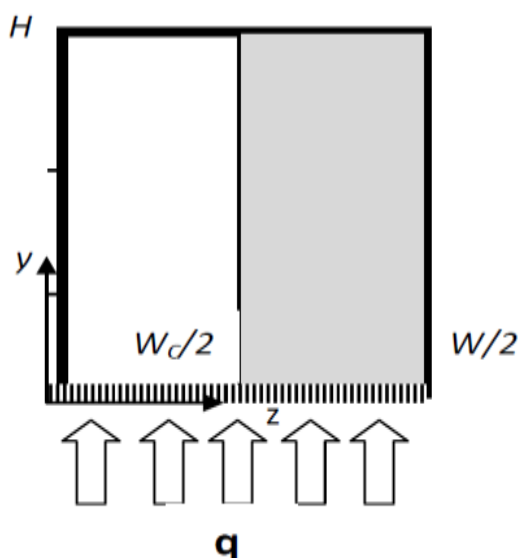
Для оценки эффективности системы охлаждения необходимо провести визуализацию температурных полей в микроканалах. На рис.3 показаны границы микроканала, которые задают область интегрирования для уравнений баланса импульса и энергии. Поток считали ламинарным и термически однородным ( $q = 300 \text{ Вт/см}^2$ ). Мощность прокачки задавали равной  $N P = 1,5; 2,0$  и  $2,5 \text{ Вт}$ . Теплопроводность кремниевой подложки принимали равной  $150 \text{ Вт/м К}$ . Теплопроводность и вязкость наножидков оценивали по соотношениям, приведенным в работах [26] и [35] (табл. 1).

Изобарную теплоемкость ( $C_p$ ) и плотность ( $\rho$ ) наножидков рассчитывали по линейным корреляциям [40]:

$$C_{p,nf} = C_{p,f}(1 - V_n) + V_n C_{p,n}, \quad (7)$$

$$\rho_{nf} = \rho_f(1 - V_n) + V_n \rho_n, \quad (8)$$

где индексы  $f$  и  $n$  относятся к базисной жидкости и наночастицам, соответственно.



**Рисунок 3** – Область численного интегрирования микроканального стока теплоты

В качестве характеристики системы охлаждения выбрали термическое сопротивление

$$R_T = \frac{T_{\max} - T_{in}}{q} \quad (9)$$

где  $q$ ,  $T_{in}$  и  $T_{max}$  – генерируемая теплота, температура охлаждающей жидкости на входе и максимально допустимая температура кремниевой подложки, соответственно.

Тепловое сопротивление находили численно при заданной мощности прокачки  $NP$ . Для расчета температурных полей и термического сопротивления решали систему уравнений баланса импульса для охлаждающей жидкости и энергии для кремниевой подложки и наноплюида.

Уравнение импульса

$$-\frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

$$U = 0 \text{ при } y = 0, y = H$$

$$(10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0, U = 0, z = \frac{W_C}{2}$$

Уравнение энергии

$$\rho C_p U \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = 0$$

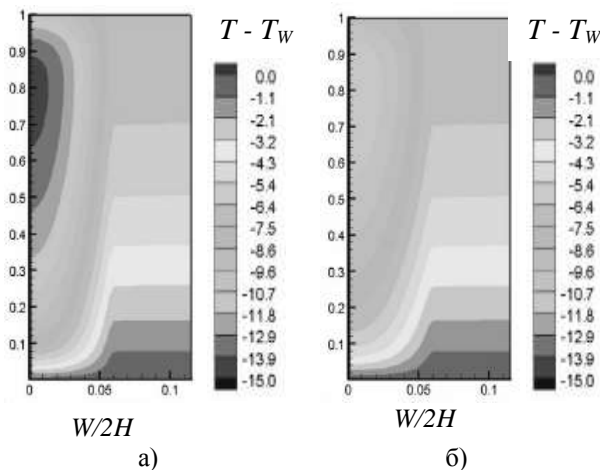
$$T = T_W \text{ при } y = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ при } y = H$$

$$(11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ при } z = 0, z = \frac{W}{2}$$

где  $p$ ,  $T$ ,  $T_W$ ,  $U$ ,  $W$ ,  $W_C$  – давление, температура, температура стенки, компонента скорости вдоль координаты  $x$ , ширина стенки канала и ширина канала, соответственно.

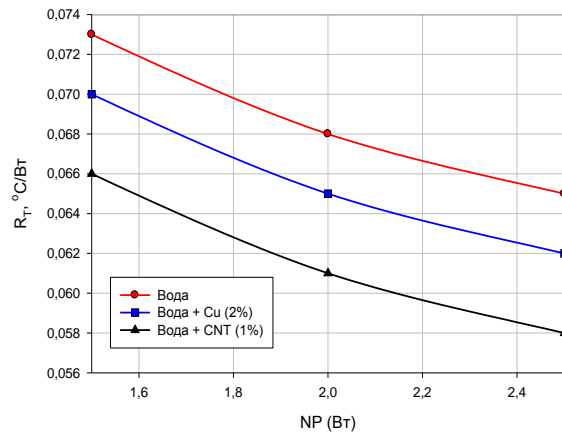
Решение задачи проводили методом конечных объемов (программа COMSOL [47]). На рис. 4 представлено распределение температур в поперечном сечении микроканала.



**Рисунок 4** – Термическое сопротивление микроканальной системы охлаждения для различных теплоносителей. а) вода; б) вода + нанотрубки (объемная концентрация  $V_n = 2\%$ )

Как видно из рисунка 4, благодаря более высокой теплопроводности наноплюида, распределение температур становится более однородным, что повышает эффективность системы охлаждения. Рис. 5 показывает, что добавка наноструктурированных материалов снижает термиче-

ское сопротивление. В частности, для углеродных нанотрубок (объемная концентрация 2%) увеличение эффективности составляет около 10%. В абсолютных единицах это соответствует тому, что тепловой поток порядка  $1500 \text{ Вт/см}^2$ , который создается за счет разности температур ( $\approx 80^\circ\text{C}$ ) кремниевой подложки и охлаждающей жидкости, удастся рассеять при мощности прокачки около 2Вт, за счет добавки наночастиц с высокой теплопроводностью.



**Рисунок 5** – Термическое сопротивление в микроканалах с различными охлаждающими средами при различных мощностях прокачки

## VI. ТЕПЛООБМЕН В ДРЕВОВИДНЫХ СЕТЯХ МИКРОКАНАЛОВ

Для конвективного механизма теплопередачи общий тепловой поток рассчитывается суммированием составляющих для каждой из ветвей

$$Q_{\Sigma} = 2 \sum_{k=0}^m h_k F_k \Delta T = 2 \sum_{k=0}^m h_k \pi d_k L_k N^k \Delta T \quad (12)$$

Аллометрическое уравнение для коэффициента теплопередачи можно легко оценить, если предположить, что число Нуссельта остается неизменным для каждого уровня ветвления древовидной сети. Эта гипотеза выполняется достаточно точно, если считать, что в каждом канале поток рабочего тела является ламинарным и полностью развитым как гидродинамически, так и термически. Отсюда следует, что

$$\frac{h_{k+1}}{h_k} = \frac{d_k}{d_{k+1}} = \frac{1}{\beta} \quad (13)$$

Соответствующее аллометрическое уравнение примет вид:

$$h_k = h_0 \beta^{-k} \quad (14)$$

где коэффициент теплопередачи наноплюида связан с числом Нуссельта соотношением (1). Число Нуссельта для наноплюидов зависит от множества факторов, таких как теплоемкость и теплопроводность базисной жидкости и добавленных наночастиц, вязкости наноплюида, объемной концентрации наночастиц, их размера и формы, а также структуры потока жидкости), т.е.

$$Nu_{nf} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \frac{\lambda_n}{\lambda_f}, V_n, \text{режим течения...}). \quad (15)$$

Зависимость числа Нуссельта от чисел Рейнольдса и Прандтля вычисляли по корреляции Gnielinski [48]:

$$Nu_{nf} = \frac{(f/8)(\text{Re}-1000)\text{Pr}}{1+12,7\sqrt{f/8}(\text{Pr}^{2/3}-1)}, \quad (16)$$

где коэффициент трения  $f$  определяется формулой

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right). \quad (17)$$

Здесь  $\varepsilon$  – шероховатость трубы,  $D$  – диаметр трубы.

Число Нуссельта возрастает с увеличением числа Рейнольдса пропорционально объемной концентрации наночастиц.

Суммарная площадь сети микроканалов цилиндрической формы вычисляется по формуле:

$$F = 2 \sum_{k=0}^m F_k = 2 \sum_{k=0}^m \pi d_k L_k N^k \quad (18)$$

С учетом аллометрических уравнений (13) и (14) суммирование в (18) дает для теплопередающей поверхности

$$F = 2\pi d_0 L_0 \frac{1 - (N\beta\gamma)^{m+1}}{1 - N\beta\gamma} \quad (19)$$

Поскольку полностью развитое течение поддерживает постоянный тепловой поток, то это обстоятельство позволяет считать постоянной разность температур между поверхностью стенки и потоком внутри канала. Следовательно, это упрощает оценку полного теплового потока по формуле (12)

Увеличение фрактальной размерности сети микроканалов приводит к возрастанию отношения тепловых потоков во фрактальных и параллельных сетях. С другой стороны, практическая реализация этих идей, направленная на увеличение, как числа каналов, так и числа ветвлений может приводить к возникновению паразитных мостиков между каналами и технологическим проблемам.

## VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нанофлюиды демонстрируют большие теоретические возможности повышения эффективности процессов переноса энергии в системах охлаждения, если будут решены технологические проблемы синтеза и стабилизации металлических наночастиц и углеродных нанотрубок. Анализ литературных источников показывает, что основной фактор повышения эффективности характеристик систем охлаждения электронных устройств – теплопроводность наножидкостей.

Сочетание методов повышения теплопроводности традиционных охлаждающих жидкостей за счет добавок нано-структурированных материалов и уменьшения характеристической длины ка-

налов за счет создания конструктивных сред открывает пути к созданию нового поколения теплоносителей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **D.B. Tuckerman, R.F.W. Pease**, High-performance heat sinking for VLSI, *IEEE Electron Dev. Lett.* 2 –1981 – pp. 126–129.
2. **A. Goyal, R.C. Jaeger, S.H. Bhavnani, C.D. Ellis, N.K. Phadke, M. Azimi-Rashti, J.S. Goodling**, Formation of silicon reentrant cavity heat sinks using anisotropic etching and direct wafer bonding, *IEEE Electron Dev. Lett.* 14 – 1993 – pp. 29–32.
3. **S.P. Jang, S.J. Kim, K.W. Paik**, Experimental investigation of thermal characteristics for a micro-channel heat sink subject to an impinging jet, using a micro-thermal sensor array, *Sens. Actuators A* 105 – 2003 – pp. 211–224.
4. **X. Wei, Y. Joshi**, Optimization study of stacked micro-channel heat sinks for micro-electronic cooling, *IEEE Trans. Comp. Packag. Manufact. Technol.* 26 – 2003 – pp. 55–61.
5. **J.Y. Min, S.P. Jang, S.J. Kim**, Effect of tip clearance on the cooling performance of a microchannel heat sink, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 – 2004 – pp. 1099 – 1103.
6. **A. Bejan & J. P. Zane**, Design in Nature, Doubleday, New York, 2012.
7. **A. Bejan & S. Lorente**, Design with Constructal Theory, Wiley, 2008
8. **A. Bejan**, Advanced Engineering Thermodynamics, 3rd ed., Wiley, 2006.
9. **A. Bejan, M.R. Errera**, Deterministic tree networks for fluid flow: geometry for minimal flow resistance between volume and one point. // *Fractals.* - 1997. - pp. 685-695.
10. **B.B. Mandelbrot**, The Fractal Geometry of Nature// Freeman, New York, 1982.
11. **J.A. Eastman, S.U.S. Choi, S. Li, W. Yu, L.J. Thompson**, Anomalous increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles, *Appl. Phys. Lett.* 78 – 2001 – pp. 718–720.
12. **S.U.S. Choi, Z.G. Zhang, W. Yu, F.E. Lockwood, E.A. Grulke**, Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotubes suspensions, *Appl. Phys. Lett.* 79 – 2001 – pp. 2252–2254.
13. **S.K. Das, N. Putta, P. Thiesen, W. Roetzel**, Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids, *ASME J. Heat Transfer* 125 – 2003 – pp. 567–574.
14. **H.E. Patel, S.K. Das, T. Sundararajan, A.S. Nair, B. George, T. Pradeep**, Thermal conductivities of naked and monolayer protected metal nanoparticle based nanofluids: Manifestation of anomalous enhancement and chemical effects, *Appl. Phys. Lett.* 83 – 2003 – pp. 2931– 2933.
15. **D.H. Kumar, H.E. Patel, V.R.R. Kumar, T. Sundararajan, T. Pradeep, S.K. Das**, Model for heat

- conduction in nanofluids, *Phys. Rev. Lett.* 93 . – 2004 – pp. 144301–144304.
16. **S.P. Jang, S.U.S. Choi**, The role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids, *Appl. Phys. Lett.* 84 . – 2004 – pp. 4316–4318.
17. **Xie H, Lee H, Youn W, Choi M**, Thermal conductivity enhancement of suspensions containing nanosized alumina particles. *J Appl Phys* 2002, 91, 4568–4572.
18. **S. Thomas, C. Balakrishna**, A review of experimental investigations on thermal phenomena in nanofluids, *Nanoscale Res. Lett.* 6 . – 2011 – pp. 377.
19. **S.H Kim, SR Choi, D Kim**, Thermal conductivity of metal-oxide nanofluids: particle size dependence and effect of laser irradiation. *J Heat Transfer* 2007, 129,298–307.
20. **S.P. Jang, SUS Choi**, Effects of various parameters: on nanofluid thermal conductivity. *J Heat Transfer* 2007, 129,617–623.
21. **H.A. Mints, G. Roy, C.T. Nguyen, D. Doucet**, New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids. *Int J Therm Sci* 2009, 48,363–371..
22. **J.C. Maxwell**, In A Treatise on Electricity and Magnetism. Volume 1.. 3 edition. New York, Dover; 1954.
23. **R.L. Hamilton, OK Crosser**, Thermal conductivity of heterogeneous two components systems. *Ind Eng Chem Fundam* 1962, 1,187–191.
24. **CH Chon, KD Kihm, SP Lee, SUS Choi** Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid –. *Appl Phys Lett* 2005, 87:153107.
25. **Y. Xuan, Q. Li, W. Hu**: Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids. *AIChE J* 2003, 49:1038–1043.
26. **S.P. Jang, SUS Choi**: Role of Brownian motion in enhanced thermal conductivity of nanofluids. *Appl Phys Lett* 2004, 84:4316–4318.
27. **D.H. Kumar, H.E. Patel, VRR Kumar, T. Sundararajan, S.K. Das**: Model for heat conduction in nanofluids. *Phys Rev Lett* 2004, 93:144301.
28. **R. Prasher, P Bhattacharya, PE Phelan**: Thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluids). *Phys Rev Lett* 2005, 94:025901.
29. **R. Prasher, P.E. Phelan, P. Bhattacharya**: Effect of aggregation kinetics on the thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluids). *Nano Lett* 2006, 6:1529–1534.
30. **A. Einstein**, Eine neue bestimmung der molekyldimensionen, *Ann. Phys.* 324 (2). – 1906 – pp. 289–306.
31. **H. Brinkman**, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.* 20. – 1952 – p. 571.
32. **I.M. Krieger**, A mechanism for non Newtonian flow in suspensions of rigid spheres, *Trans. Soc. Rheol.* 3 . – 1959 – pp. 137–152.
33. **N. Frankel, A. Acrivos**, On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres, *Chem. Eng. Sci.* 22 (6) . – 1967 – pp. 847–853.
34. **T.S. Lundgren**, Slow flow through stationary random beds and suspensions of spheres, *J. Fluid Mech.* 51 (2) . – 1972 – pp. 273–299.
35. **G. Batchelor**, The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles, *J. Fluid Mech.* 83 (01) . – 1977 – pp. 97–117.
36. **M. Kole, T.K. Dey**, Effect of aggregation on the viscosity of copper oxide–gear oil nanofluids, *Int. J. Therm. Sci.* 50 (9) . – 2011 – pp. 1741–1747.
37. **A.L. Graham**, On the viscosity of suspensions of solid spheres, *Appl. Sci. Res.* 37 (3) . – 1981 – pp. 275–286.
38. **T. Kitano, T. Kataoka, T. Shirota**, An empirical equation of the relative viscosity of polymer melts filled with various inorganic fillers, *Rheol. Acta* 20 (2) . – 1981 – pp. 207–209.
39. **J. Bicerano, J.F. Douglas, D.A. Brune**, Model for the viscosity of particle dispersions, *J. Macromol. Sci. Rev. Macromol. Chem. Phys.* 39 (4) . – 1999 – pp. 561–642.
40. **J. Avsec, M. Oblak**, The calculation of thermal conductivity, viscosity and thermodynamic properties for nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* 50 (21–22) . – 2007 – pp. 4331–4341.
41. **N.S. Cheng, A.W.K. Law**, Exponential formula for computing effective viscosity, *Powder Technol.* 129 (1–3) . – 2003 – pp. 156–160.
42. **A. Ghadimi, R. Saidur, H.S.C. Metselaar**, A review of nanofluid stability properties and characterization in stationary conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer* 54 (17–18) . – 2011 – pp. 4051–4068.
43. **W. Daungthongsuk, S. Wongwises**, A critical review of convective heat transfer of nanofluids, *Renew. Sustain. Energy Rev.* 11 (5) . – 2007 – pp. 797–817.
44. **P. Keblinski, J. Eastman, D. Cahill**, Nanofluids for thermal transport, *Mater. Today* 8 (6) . – 2005 – pp. 36–44.
45. **S. Das, S. Choi, H. Patel**, Heat transfer in nanofluids—a review, *Heat Transfer Eng.* 27 (10) . – 2006 – pp. 3–19.
46. **S. Murshed, K. Leong, C. Yang**, Thermophysical and electrokinetic properties of nanofluids – a critical review, *Appl. Therm. Eng.* 28 (17–18) . – 2008 – pp. 2109–2125.
47. **COMSOL**: <http://www.comsol.com>.
48. **F.P. Incropera, D.P. DeWitt**, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (6th ed.). Hoboken: Wiley. – 2007 – pp. 515. [ISBN 978-0-471-45728-2](https://doi.org/10.1002/9780471457282)

Получена в редакції 16.01.2013, прийнята к печати 21.01.2013